التمرين الأول

تحقق ما إذا كانت التطبيقات التالية متباينة، غامرة أو تقابلات.

1- $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, n \mapsto n+1$.

2- $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, n \mapsto n+1$.

3- $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto (x+y, x-y)$.

4- $k : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$.

التمرين الثاني

ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم.
أثبت أن $\mathbb{Z}_n[X]$ مجموعة كثيرات الحدود بمعاملات في $\mathbb{Z}$ ذات الدرجة أقل أو تساوي n قابلة للعد.

التمرين الثالث

لتكن $A = \{f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ تطبيق $\}$ مجموعة كل التطبيقات من $\mathbb{N}$ نحو $\mathbb{N}$.
أثبت أن A ليست قابلة للعد.

التمرين الرابع

نهدف من خلال هذا التمرين إثبات أن A مجموعة كل المتتاليات (ذات القيم في $\mathbb{N}$) التي تنعدم ابتداء من رتبة معينة هي مجموعة قابلة للعد.
لكل عدد طبيعي p نعّرف المجموعة A_p كما يلي: $A_p = \{(u_n)_{n\in\mathbb{N}}; u_n = 0, \forall n \geq p\}$.
ليكن f التطبيق المعرف كما يلي:

$$\begin{aligned} f \ : \ A_p &\to \mathbb{N}^p \\ (u_n) &\mapsto (u_0, u_1, u_2, \dots, u_{p-1}). \end{aligned}$$

1- أثبت أن f تطبيق متقابل.

2- استنتج أن المجموعة A_p قابلة للعد (مع التبرير).

3- استنتج أن المجموعة A قابلة للعد (مع التبرير).